

Cálculo microscópico del núcleo exótico 280 como un sistema de cinco cuerpos

En este trabajo se estudió la estructura nuclear de los isótopos del Oxígeno 170, 180, 200, 250, 260 y 280. Para esto se usa el modelo de capas de Gamow (GSM), en la aproximación de campo medio, con energías complejas, denominada representación de Berggren.

Índice

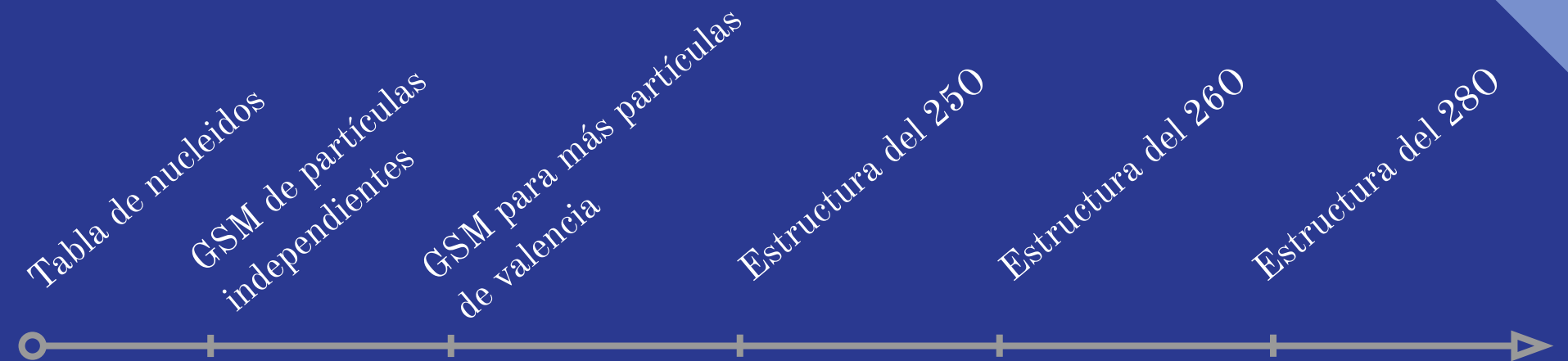


Tabla de Nucleidos

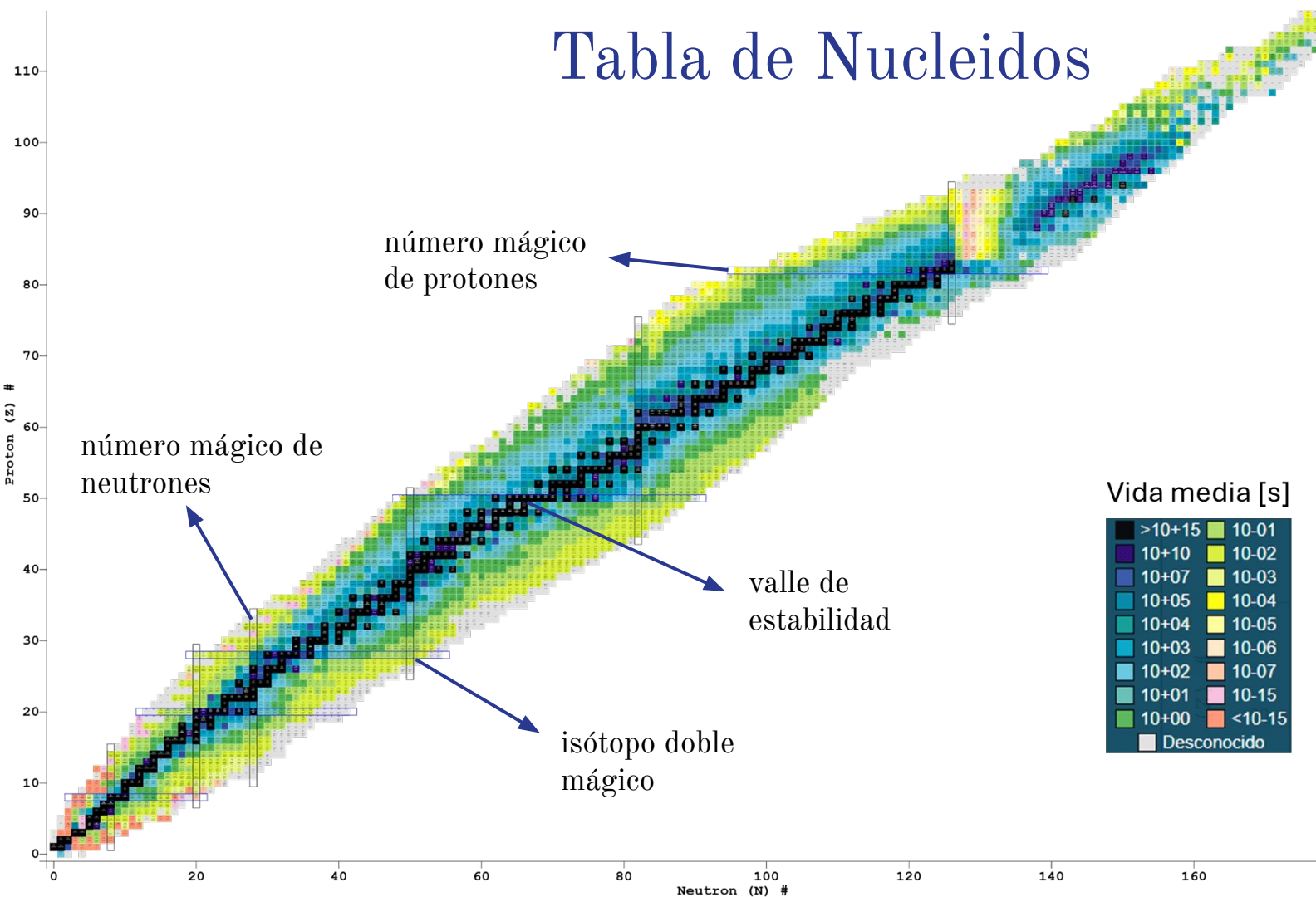
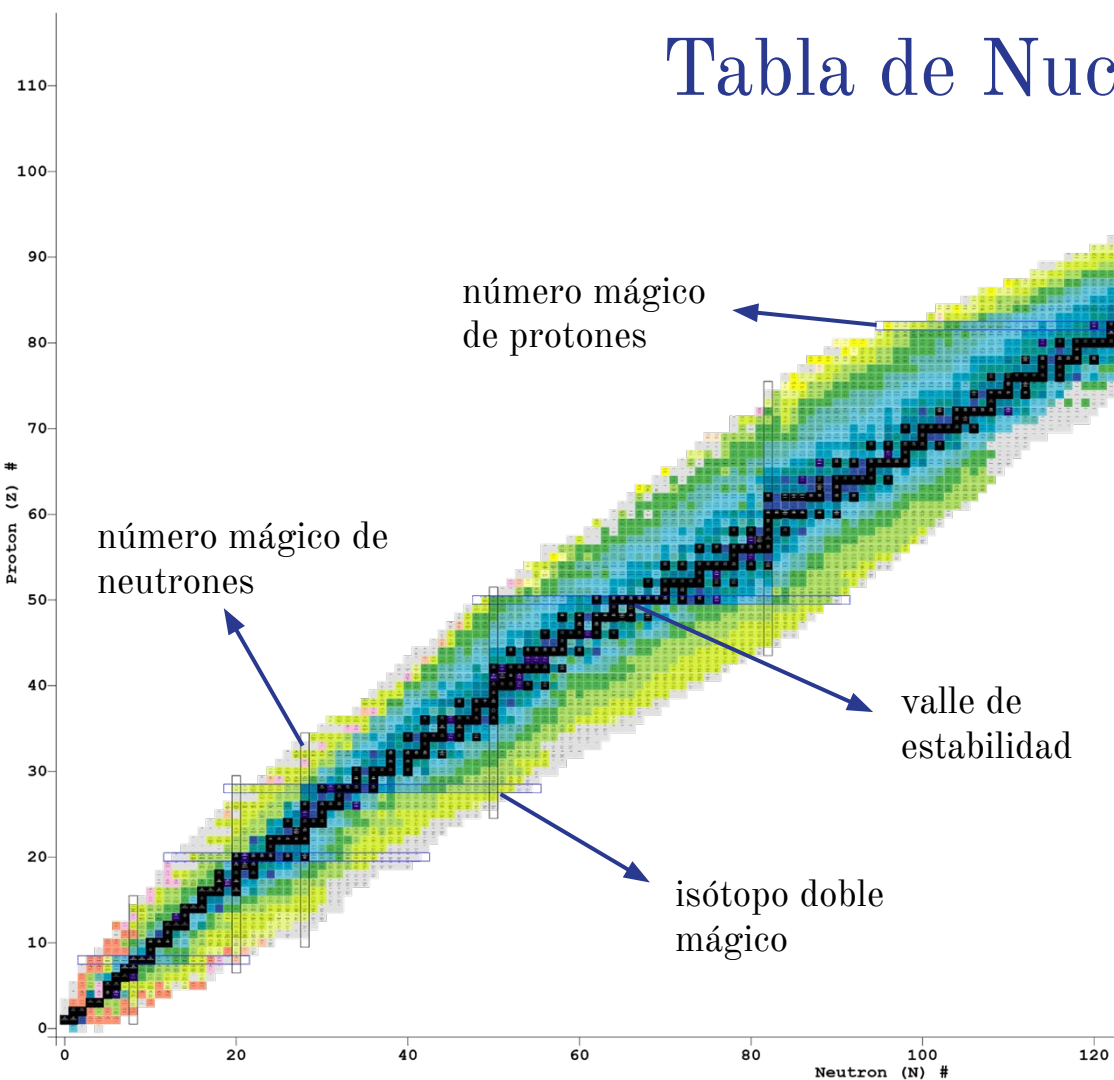
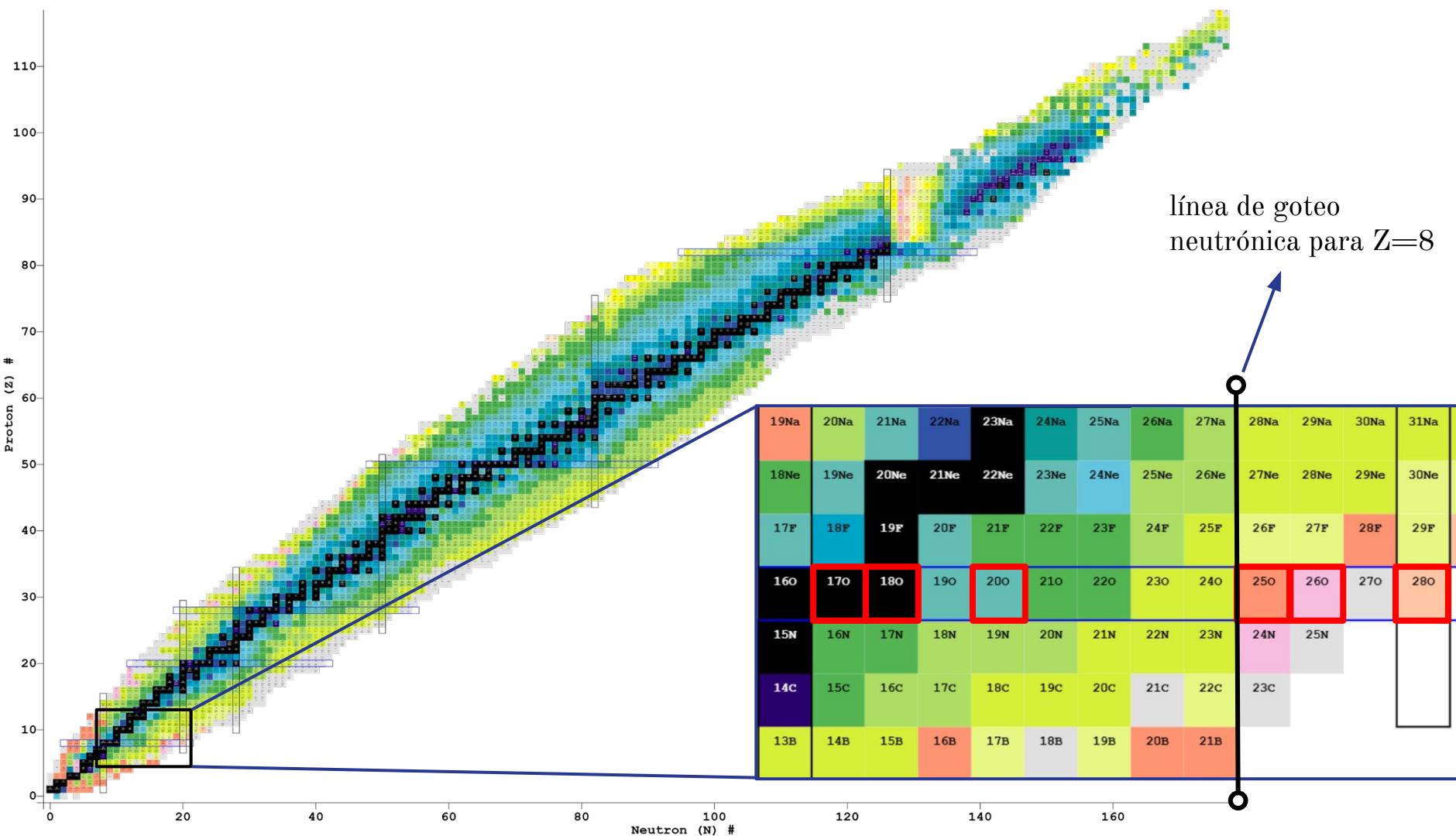


Tabla de Nucleidos





Modelo de capas nuclear

U_{ij} : potencial entre pares de nucleones

T_i : energía cinética

$V(r_i)$: campo medio

$$\left[\begin{aligned} V_{res} &= \sum_{i < j=1}^A U_{ij} - \sum_{i=1}^A V(r_i) \\ H_0 &= \sum_{i=1}^A h(\mathbf{r}_i) \end{aligned} \right]$$

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i < j=1}^A U_{ij}$$

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i=1}^A V(r_i) - \sum_{i=1}^A V(r_i) + \sum_{i < j=1}^A U_{ij}$$

$$H = \sum_{i=1}^A \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu_i} \nabla_{r_i}^2 + V(r_i) \right) + \sum_{i < j=1}^A U_{ij} - \sum_{i=1}^A V(r_i)$$

$$H = \sum_{i=1}^A h(\mathbf{r}_i) + \sum_{i < j=1}^A U_{ij} - \sum_{i=1}^A V(r_i)$$



Las **autofunciones de H** se obtienen con el **determinante de Slater** de las autofunciones de los $h(\mathbf{r}_i)$

$$H = H_0 + V_{res}$$



problema de A partículas **independientes**

Modelo de capas de partícula simple

$$\mathbf{L}^2 Y_{lm_l} = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm_l}$$

$$\mathbf{L}_z Y_{lm_l} = \hbar m_l Y_{lm_l}$$

$$\mathbf{S}^2 \chi_{m_s} = \hbar^2 s(s+1) \chi_{m_s}$$

$$\mathbf{S}_z \chi_{m_s} = \hbar m_s \chi_{m_s}$$

$$h(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 + V(r) \xrightarrow{\text{esféricas}} h(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2\mu r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\mathbf{L}^2}{2\mu r^2} + V(r)$$



autoestados de $h(\mathbf{r})$

$$\psi_{nlm_l m_s}(\mathbf{r}, s) = \frac{1}{r} u_{nl}(r) Y_{lm_l}(\hat{r}) \chi_{m_s}$$



ecuación de autoestados de $h(\mathbf{r})$

depende de la
elección de $V(r)$

$$h(\mathbf{r}) \psi_{nlm_l m_s}(\mathbf{r}, s) = E_{nl} \psi_{nlm_l m_s}(\mathbf{r}, s)$$



separación
de variables

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r) \right] u_{nl}(r) = E_{nl} u_{nl}(r)$$

Potenciales nucleares

$$V_{WS}(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \rightarrow \text{radio nuclear}$$

[r_0 radio reducido]

$$V_{SO}(r) = \frac{-V_{SO}}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}} \right)$$

$a \rightarrow$ difusividad

Hamiltoniano de partícula simple en interacción con un carozo

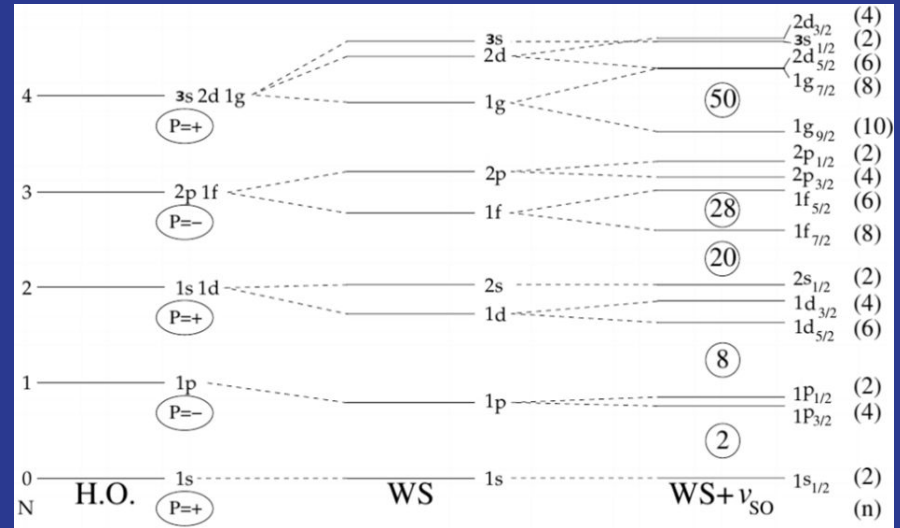
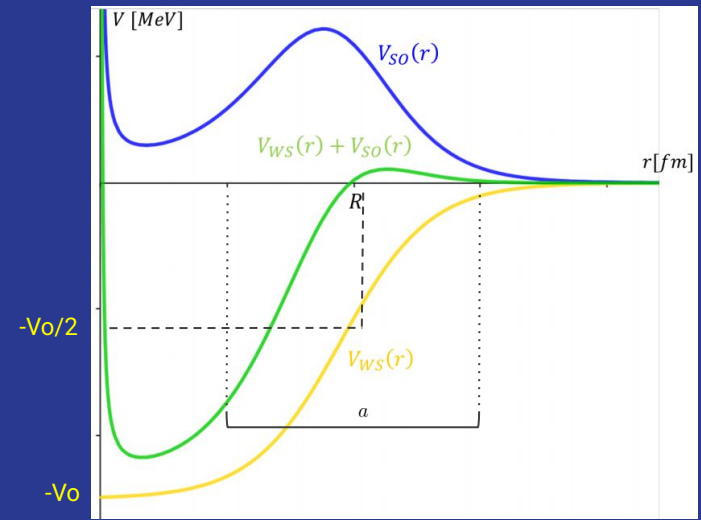
$$h(r) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V_{WS}(r) + V_{SO}(r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{2} (\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2) \quad (\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}) \\ \text{autoestado de } h(r) \text{ de onda con acoplamiento } \mathbf{J} \\ \psi_{nljm}(\mathbf{r}, s) = \frac{u_{nlj}(r)}{r} \sum_{m_s, m_l} \langle sm_s lm_l | jm \rangle Y_{lm_l}(\hat{r}) \chi_s(m_s) \end{array} \right\}$$

Ecuación diferencial de las $u(r)$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V_{WS}(r) + V_{SO}(r) \frac{z}{2} \right] u_{nlj}(r) = E_{nlj} u_{nlj}(r)$$

$$\left\{ z = l, \text{ para } j = l + \frac{1}{2}, \text{ y } z = -(l+1), \text{ para } j = l - \frac{1}{2} \right\}$$



Soluciones de la ecuación radial

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r) \right] u_{nl}(r) = E_{nl} u_{nl}(r) \xrightarrow{E_l = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}} \left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r) \right] u_l(k, r) = k^2 u_l(k, r)$$

$$\int_0^\infty r |V(r)| dr < \infty$$

$$V(r) \equiv 0, \quad r > d > 0$$

Soluciones

regular: $\varphi_l(k, r) \longrightarrow \lim_{r \rightarrow 0} \frac{(2l+1)!!}{r^{l+1}} \varphi_l(k, r) = 1$

(condiciones de contorno)

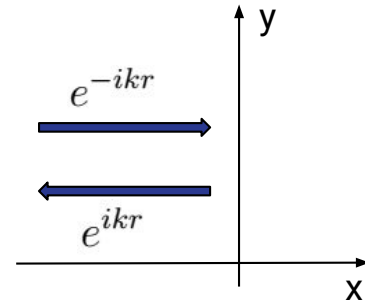
irregular LI: $f_{l+}(k, r)$ y $f_{l-}(k, r) \longrightarrow \lim_{r \rightarrow \infty} e^{\mp ikr} f_{l\pm}(k, r) = i^l$

asíntota

$$f_{l\pm}(k, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{\pm ikr + i\frac{\pi}{2}l}$$

$f_{l+}(k, r)$ saliente

$f_{l-}(k, r)$ entrante



Función de Jost

$$\mathfrak{F}_{l\pm}(k) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{(kr)^l f_{l\pm}(k, r)}{(2l-1)!!}$$

$$\mathfrak{F}_{l-}(k) = \mathfrak{F}_{l+}(-k) = \mathfrak{F}_l(-k)$$

$f_{l+}(k, r)$ y $f_{l-}(k, r)$ soluciones LI

$$\varphi_l(k, r) = \frac{i}{2k^{l+1}} \left[\mathfrak{F}_l(-k) f_{l+}(k, r) - (-1)^l \mathfrak{F}_l(k) f_{l-}(k, r) \right]$$

$$\left[f_{l\pm}(k, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{\pm ikr + i\frac{\pi}{2}l} \right]$$

k real
E > 0

$$u_l(k, r) \propto \varphi_l(k, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{i}{2k^{l+1}} \left[\underbrace{\mathfrak{F}_l(-k) e^{ikr}}_{\text{saliente}} - (-1)^l \underbrace{\mathfrak{F}_l(k) e^{-ikr}}_{\text{entrante}} \right]$$

Estados de dispersión

Estables

Estados ligados

solo saliente

$$k = k_n = i |k_n|$$

E < 0 discreta



$$\mathfrak{F}_l(k_n) = 0$$

$$\left(\text{polos de } S_l(k) = \frac{\mathfrak{F}_l(-k)}{\mathfrak{F}_l(k)} \right)$$

Problema

los **estados ligados** y **estados de dispersión** NO describen a los **isótopos inestables** de la tabla de nucleidos

Resonancias o vectores de Gamow

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$$

Estados
ligados

solo saliente

$$k = k_n = i |k_n|$$



$E < 0$ discreta

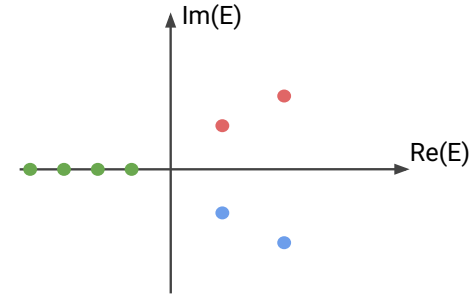
Resonancias

solo saliente

k complejo



E compleja discreta
con $\text{Re}(E) > 0$



Dos tipos de Resonancias:

- **Decaimiento** $\longrightarrow k = \eta - i\gamma \longrightarrow E = \frac{\hbar^2}{2\mu} [(\eta^2 - \gamma^2) - i2\eta\gamma] = E_0 - i\frac{1}{2}\Gamma$ $\left\{ \begin{array}{l} E_0 \gg \Gamma \text{ angosta} \\ E_0 \sim \Gamma \text{ ancha} \end{array} \right.$
 $[\gamma > 0 \text{ y } \eta > 0]$
- **Captura** $\longrightarrow \tilde{k} = -k^* = -\eta - i\gamma \longrightarrow E = \frac{\hbar^2}{2\mu} [(\eta^2 - \gamma^2) + i2\eta\gamma] = E_0 + i\frac{1}{2}\Gamma$

Dependencia temporal en
las funciones de onda

The diagram illustrates the decomposition of the time dependence of a wave function. It starts with the expression $e^{-\frac{iE}{\hbar}t}$. A blue arrow points from the text 'Dependencia temporal en las funciones de onda' to this expression. From this expression, two arrows branch out: a red arrow pointing to the 'capture' component and a blue arrow pointing to the 'decay' component.

capture

$$\underbrace{e^{-\frac{iE_0}{\hbar}t}}_{\text{crece}} e^{\frac{\Gamma}{2\hbar}t}$$

decaimiento

$$\underbrace{e^{-\frac{iE_0}{\hbar}t}}_{\text{decae}} e^{-\frac{\Gamma}{2\hbar}t}$$

tiempo de vida medio

$$T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{\Gamma}$$
$$\text{Im}(E) = -\frac{\Gamma}{2}$$

Ya encontramos nuestra
descripción para los **isótopos
inestables**

Los **estados ligados** son discretos
y forman una **base ortonormal**

$$\longrightarrow \sum_n u_{nl}(r') u_{nl}(r) \equiv \mathbb{I}$$

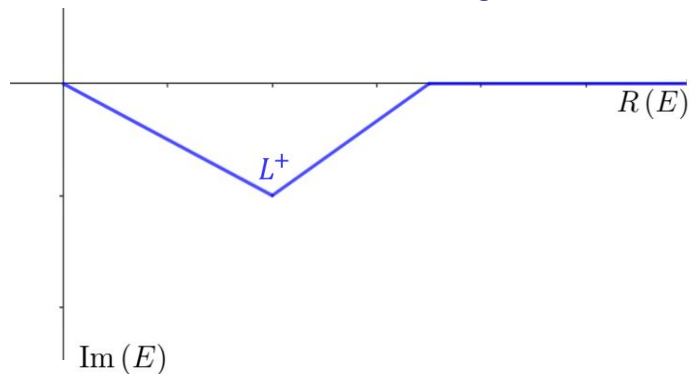
¿Si sumo las **resonancias** y **estados de dispersión** a la base de autoestados sigue siendo **ortonormal**?

Complejitud
de Newton

$$\longrightarrow \underbrace{\sum_n u_{nl}(r') u_{nl}(r)}_{\text{estados ligados}} + \underbrace{\int_0^\infty \omega_l^*(E, r') \omega_l(E, r) dE}_{\text{estados de dispersión (E > 0)}} = \delta(r - r')$$

Complejitud
de Berggren

$$\longrightarrow \underbrace{\sum_n u_{nl}(r') u_{nl}(r)}_{\text{estados ligados}} + \underbrace{\sum_n \phi_{nl}(r') \phi_{nl}(r)}_{\text{resonancias}} + \underbrace{\int_{L^+} \tilde{\omega}_l^*(r', E) \omega_l(r, E) dE}_{\text{estados de dispersión}} = \delta(r - r')$$



para la
computadora

$$\int_{L^+} \tilde{\omega}_l^*(r', E) \omega_l(r, E) dE = \sum_p h_p \tilde{\omega}_{pl}^*(r', E_p) \omega_{pl}(r, E_p)$$

Modelo de capas con dos partículas de valencia

Hamiltoniano

$$H = H_0 + V_{res}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$$

$$H_0 = h(\mathbf{r}_1) + h(\mathbf{r}_2)$$

$$h(\mathbf{r}_i) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}_i}^2 + V(r_i)$$

autofunciones de $h(\mathbf{r})$ (representación de Berggren)

$$\psi_{nljm}(\mathbf{r}, s) = \frac{u_{nlj}(r)}{r} \sum_{m_s, m_l} \langle sm_s l m_l | jm \rangle Y_{lm_l}(\hat{r}) \chi_s(m_s)$$

$$\psi_{am_a}(\mathbf{r}, s) = \frac{u_a(r)}{r} [\chi_s Y_{l_a}(\hat{r})]_{j_a m_a}$$

autofunciones de H_0 normalizada y antisimetrizada (acople jj)

$$H_0 |\Psi_{ab}^{JM}\rangle = (\varepsilon_a + \varepsilon_b) |\Psi_{ab}^{JM}\rangle$$

$$\langle \Psi_{cd}^{JM} | \Psi_{ab}^{JM} \rangle = \delta_{ac} \delta_{bd}$$

$$\left[\mathbf{x} = (\mathbf{r}, s) \right]$$

$$\Psi_{ab}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{ab})}} \{ [\psi_a(\mathbf{x}_1) \psi_b(\mathbf{x}_2)]_{JM} - [\psi_a(\mathbf{x}_2) \psi_b(\mathbf{x}_1)]_{JM} \}$$

autofunciones de H

$$H |\Psi_{NJM}\rangle = E_N |\Psi_{NJM}\rangle$$

$$|\Psi_{NJM}\rangle = \sum_{a \leq b} X_{ab}^{JN} |\Psi_{ab}^{JM}\rangle$$

ecuación secular

Acoplamientos posibles:

- polo - polo
- polo - contorno
- contorno - contorno

$$(E_N - \varepsilon_a - \varepsilon_b) X_{ab}^{JN} + \langle \Psi_{ab}^{JM} | V_{res}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) | \Psi_{cd}^{JM} \rangle = 0$$

Hay distintas formas de aproximar $V_{res}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$

Interacción central
y separable

$$V_{res}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_{se}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) P_{se} + V_{to}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) P_{to}$$

$$V_{\lambda}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_{\lambda} e^{-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{\beta_{\lambda}^2}}$$

$$\left[\begin{array}{l} T = 1 \text{ (isospín total)} \\ S \in \{0, 1\} \text{ (espín total)} \\ \lambda \in \{se, to\} \end{array} \right]$$

Modelo de capas con cuatro partículas de valencia

Hamiltoniano

$$H = H_0 + V_{res}$$

$$H_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) = H_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + H_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4)$$

$$H_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = h(\mathbf{r}_1) + h(\mathbf{r}_2) + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$$

$$H_2(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) = h(\mathbf{r}_3) + h(\mathbf{r}_4) + V(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4)$$

$$V_{res} = V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4) + V(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) + V(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_4)$$

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) = V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4) = V(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = V(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_4)$$

$$\left(\mathbf{x} = (\mathbf{r}, s) \right)$$

autofunciones de $h(\mathbf{r})$ (representación de Berggren)

$$h(\mathbf{r})\psi_\alpha(\mathbf{x}) = \epsilon_\alpha\psi_\alpha(\mathbf{x})$$

$$\psi_\alpha(\mathbf{x}) = \frac{u_\alpha(r)}{r} [\chi_s Y_{l_\alpha}(\hat{r})]_{j_\alpha m_\alpha}$$

autofunciones de los hamiltonianos de dos partículas

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\Psi^{JM}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \epsilon_J\Psi^{JM}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$$

$$\Psi^{JM}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{a \leq b} X_{ab}^J \Psi_{ab}^{JM}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$$

$$\Psi_{ab}^{JM}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{ab})}} [[\psi_a(\mathbf{x})\psi_b(\mathbf{x}')]_{JM} - [\psi_a(\mathbf{x}')\psi_b(\mathbf{x})]_{JM}]$$

autofunciones de **H₀** (acople *jj*) para **cuatro partículas**

$$H_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = E_J \varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)$$

$$\varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = [\Psi^{J_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \Psi^{J_2}(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)]_{JM}$$

autofunciones de **H**

$$\varphi_{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = \sum_{J_1, J_2} Z_{J_1, J_2}^J \varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)$$

ecuación secular

Problema

$$\sum_{J'_1, J'_2} \left[(E_{J_1} + E_{J_2} - E_J) \delta_{J_1 J'_1} \delta_{J_2 J'_2} + 4 \langle \varphi_{J_1, J_2}^{JM} | V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) | \varphi_{J'_1, J'_2}^{JM} \rangle \right] Z_{J'_1, J'_2}^J = 0$$

$$V_{\text{res}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = V_{se}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P_{se} + V_{to}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P_{to}$$

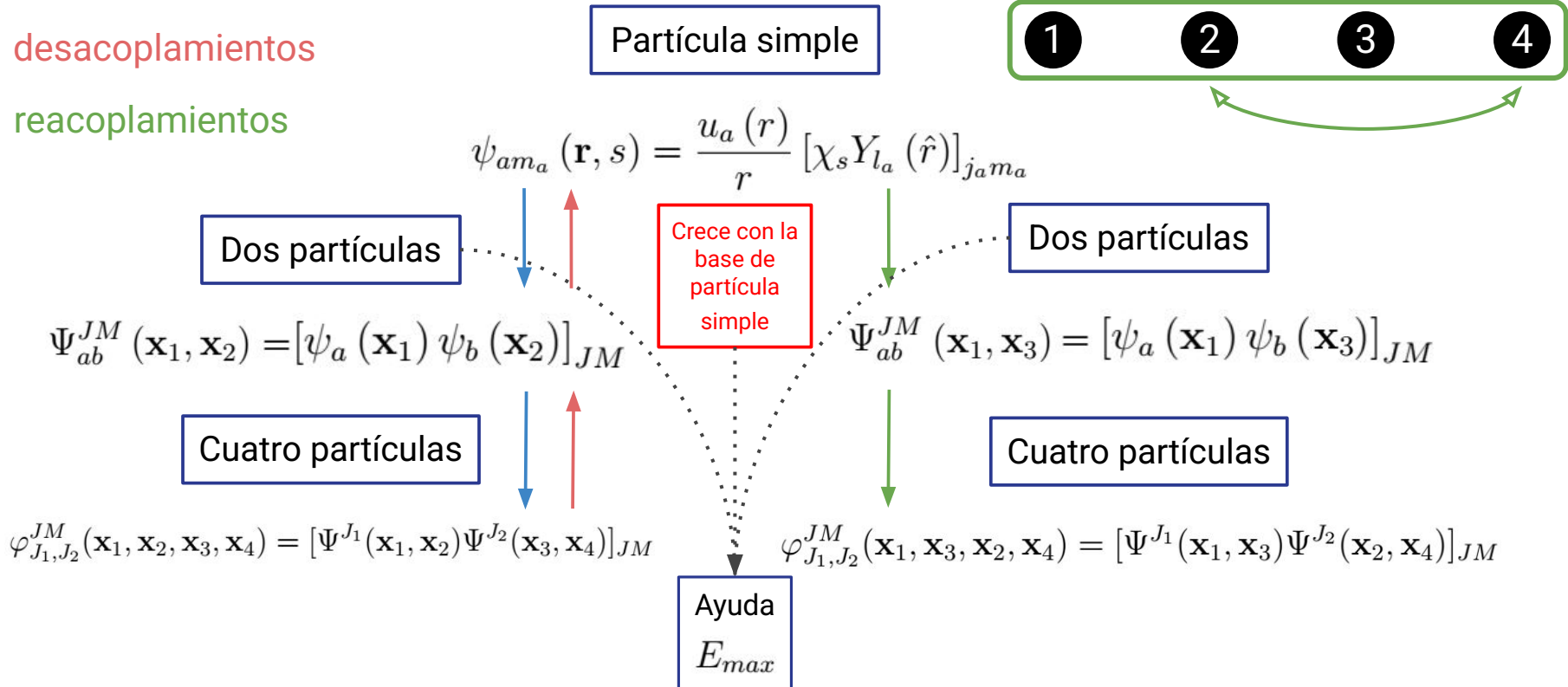
$$V_{\lambda}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = V_{\lambda} e^{-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{\beta_{\lambda}^2}}$$

$$\left[\begin{array}{l} T = 1 \text{ (isospín total)} \\ S \in \{0, 1\} \text{ (espín total)} \\ \lambda \in \{se, to\} \end{array} \right]$$

$$V_{\text{res}} = V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_4) + V(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) + V(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_4) \longrightarrow \text{No hay interacción (1 - 2) y (3 - 4)}$$

- ① acoplamientos
- ② desacoplamientos
- ③ reacoplamientos

¿Qué hace el Código?



Análisis del 170, 180 y 200

- **Base de partícula simple** formada por **2 estados ligados**, **1 resonancia** y estados de dispersión.
- Solo **1 contorno que envuelve una resonancia**, es decir, menos estados de dispersión y, por ende, **menor dimensión en la base de partícula simple**.
- El **criterio de ajuste** es que los estados fundamentales tengan la **parte imaginaria de su energía lo más pequeña posible** respecto a la parte real.
- Los **estados del espectro** del 180 y 200 estaban **formados por** combinaciones lineales de **acoplamientos** donde los más importantes eran **polo - polo**. Siendo los polo - contorno y contorno - contorno irrelevantes.



Estructura del 250

Queremos conseguir

$$\psi_{am_a}(\mathbf{r}, s) = \frac{u_a(r)}{r} [\chi_s Y_{l_a}(\hat{r})]_{j_a m_a}$$

El código resuelve

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V_{WS}(r) + V_{SO}(r) \frac{z}{2} \right] u_{nlj}(r) = E_{nlj} u_{nlj}(r)$$

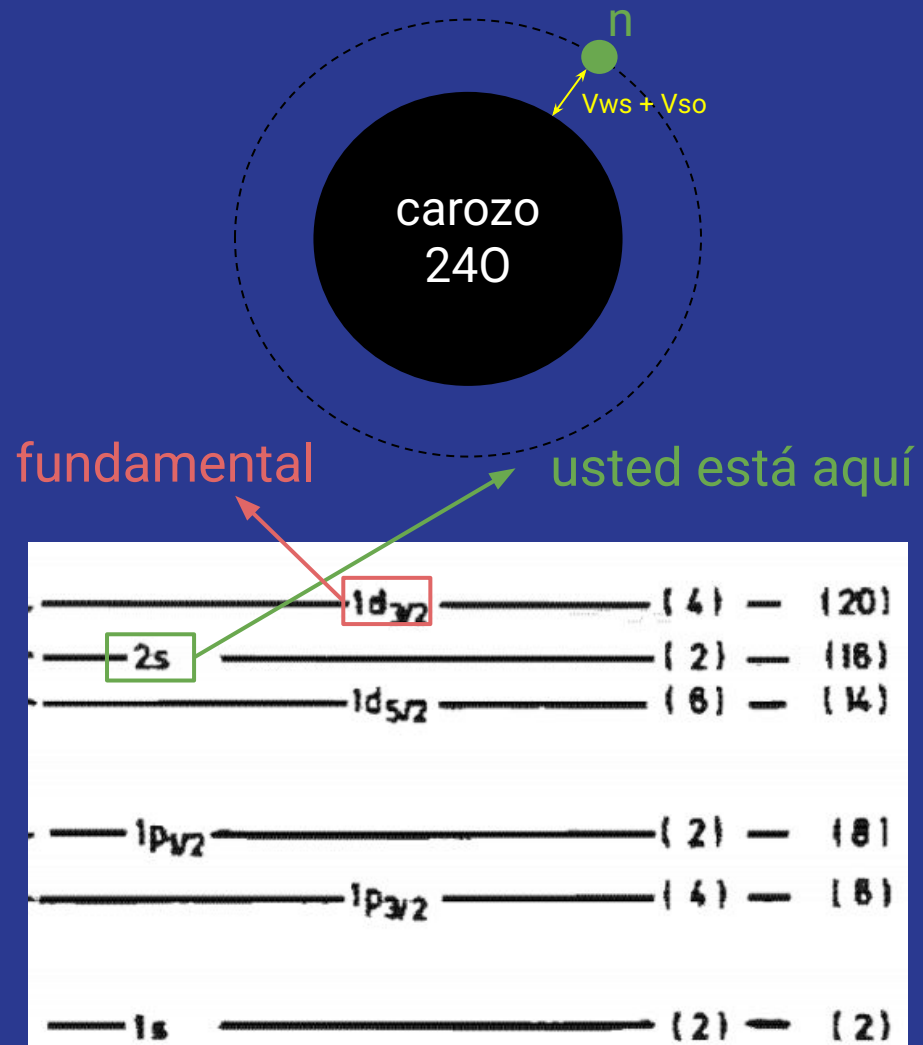
$$V_{WS}(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$$

$$V_{SO}(r) = \frac{-V_{SO}}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}} \right)$$

Pero necesita (parámetros a ajustar)

$$V_{WS} \quad V_{SO} \quad r_0 \quad a$$



Partiendo de $a = 0.72$ fm y $r_0 = 1.25$ fm, se llegó a:

$$\chi^2 = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} (E_i^{calc} - E_i^{exp})^2$$

V_{WS} [MeV]	V_{SO} [MeV]	r_0 [fm]	a [fm]
44.100	21.821	1.245	0.7

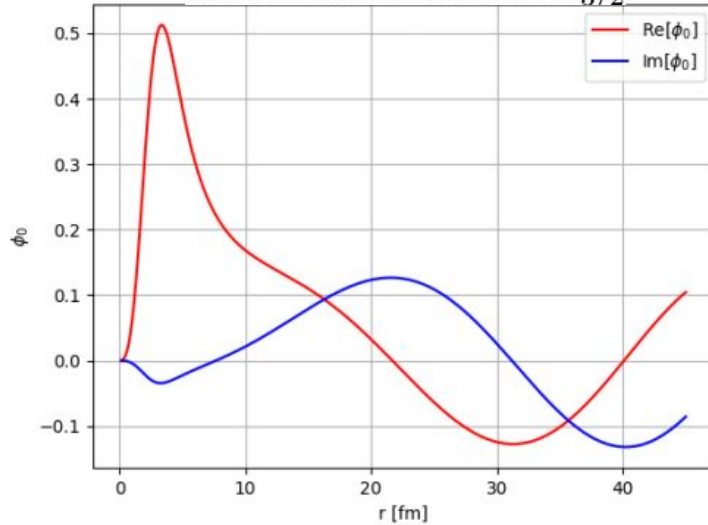
No se minimizó el χ^2 porque no se encontró evidencia experimental de los estados excitados del 250

$$\chi^2 = 0.00085$$

se pone una **semilla** con los parámetros ℓ , $2j$ y un **aproximado de la energía**. El código encontrará el estado con energía más cercana con esos ℓ y $2j$

Estados	Calculadas [MeV]	Experimental [MeV]	Teóricos [MeV]
$1d_{3/2}$	(0.770, -0.045)	(0.770, -0.086) [12] 0.725 [15] 0.749 [29]	0.67 [16](GSM) 0.73 [16](GSM)
$1f_{7/2}$	(2.738, -0.139)	—	(5.536, -0.0075) [30](GSM)
$2p_{3/2}$	(0.607, -0.990)	—	—

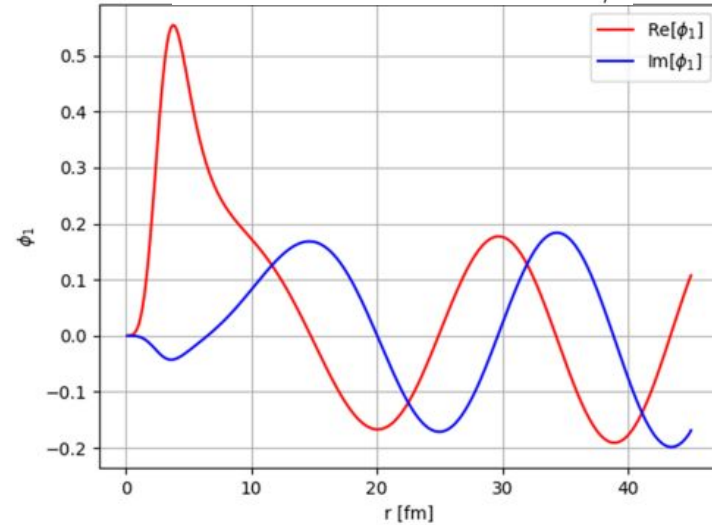
estado fundamental $1d_{3/2}$



- **Oscila** lejos del origen, pero posee un comportamiento **localizado** cerca de este
- Parte **imaginaria no nula**, pero es menor a la parte real cerca de origen

Resonancia angosta

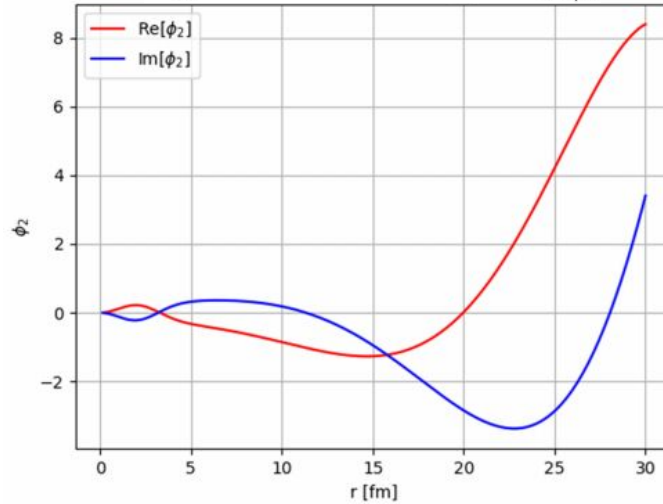
primer estado excitado $1f_{7/2}$



- **Oscila** lejos del origen, pero posee un comportamiento **localizado** cerca de este (menos)
- Parte **imaginaria no nula**, pero es menor a la parte real cerca de origen

Resonancia angosta

segundo estado excitado $2p_{3/2}$



- **Oscila** tanto cerca como lejos del origen
- Parte **imaginaria no nula** y comparable a la parte real cerca del origen

Resonancia ancha

Base de autoestados de partícula simple

Estados ligados



Resonancias

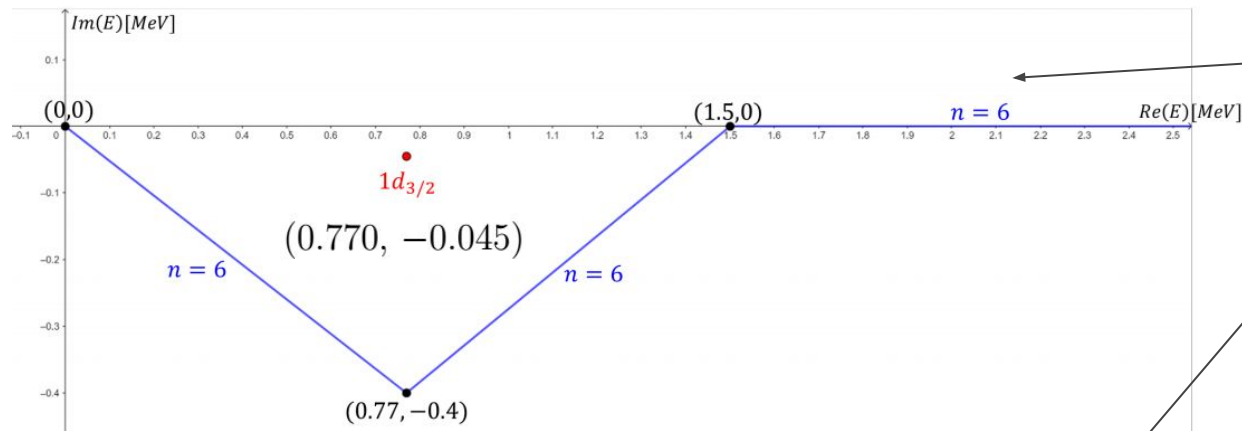
$1d_{3/2}$

$1f_{7/2}$

~~$2x_{1/2}$~~



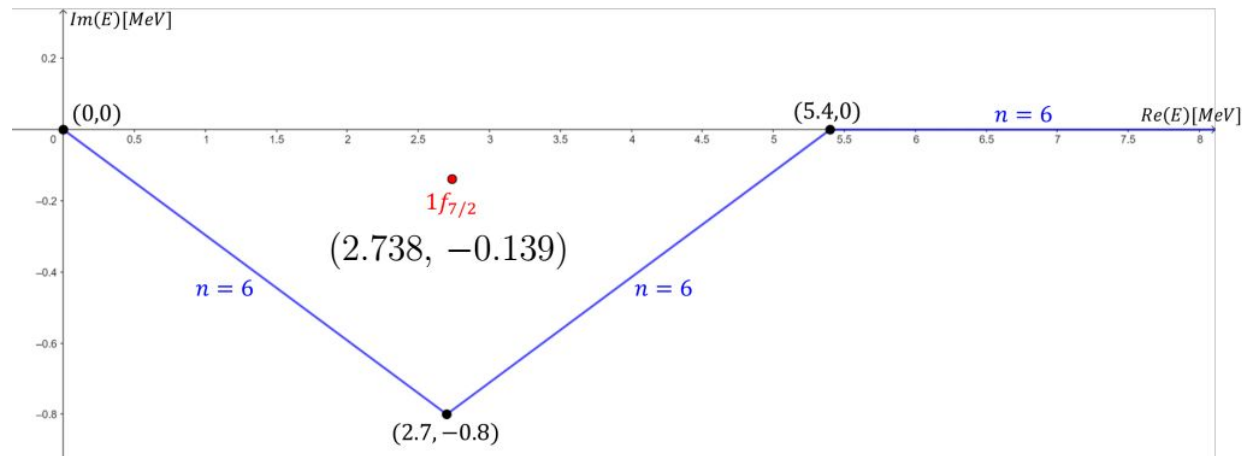
Estados de dispersión desde $\ell = 0$ a $\ell = 4$



Contorno complejo que contiene los estados de dispersión con $\ell = 2$ y $j = 3/2$

Contorno complejo que contiene los estados de dispersión con $\ell = 3$ y $j = 7/2$

El Contorno complejo para los estados de dispersión con $\ell = 1$ y $j = 3/2$ fueron dos segmentos sobre el eje real con $n = 8$. Uno de 0 MeV a 1.2 MeV y otro de 1.2 MeV a 10 MeV



Al resto de estados de dispersión les corresponde un **segmento de eje real** desde 0 MeV hasta 10 MeV discretizado con un número de **meshopints $n = 4$**

Estructura del 260

Queremos conseguir

$$|\Psi_{NJM}\rangle = \sum_{a \leq b} X_{ab}^{JN} |\Psi_{ab}^{JM}\rangle$$

$$\Psi_{ab}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{ab})}} \{ [\psi_a(\mathbf{x}_1) \psi_b(\mathbf{x}_2)]_{JM} - [\psi_a(\mathbf{x}_2) \psi_b(\mathbf{x}_1)]_{JM} \}$$

El código resuelve (aparte de partícula simple)

$$(E_N - \varepsilon_a - \varepsilon_b) X_{ab}^{JN} + \langle \Psi_{ab}^{JM} | V_{res}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) | \Psi_{cd}^{JM} \rangle = 0$$

$$V_{res}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_{se}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) P_{se} + V_{to}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) P_{to}$$

$$V_{\lambda}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_{\lambda} e^{-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{\beta_{\lambda}^2}}$$

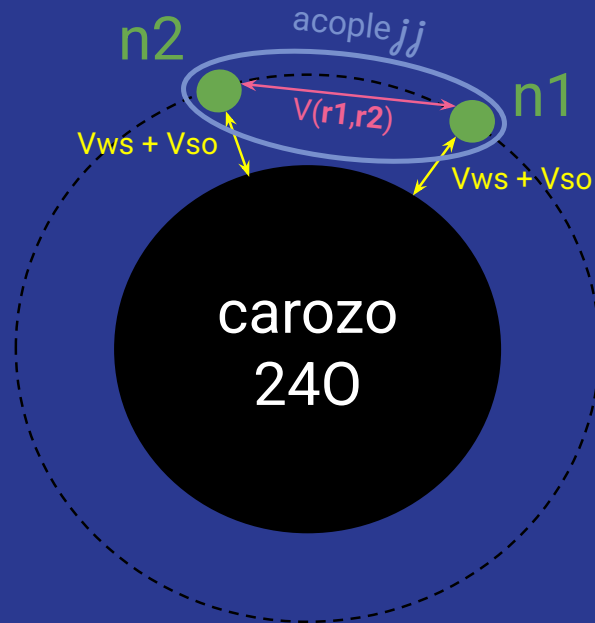
Parámetros de input

$$\text{---} V_{ws} \ V_{so} \ r_0 \ a \text{---}$$

$$\text{---} \psi_{am_a}(\mathbf{r}, s) \text{---}$$

contornos complejos

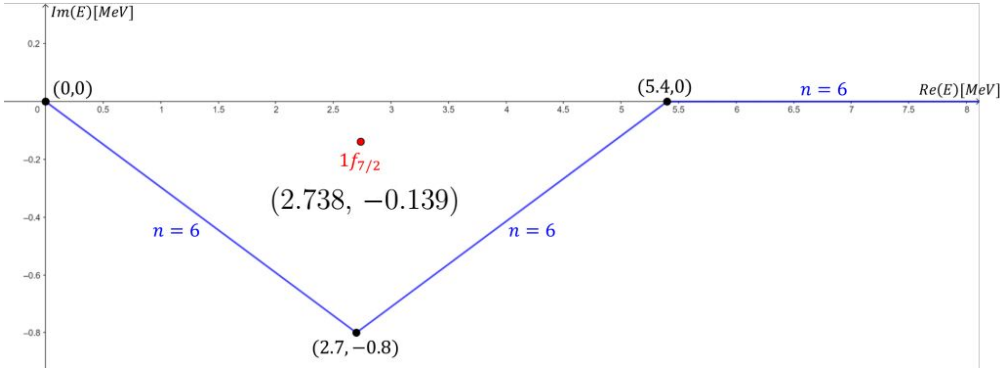
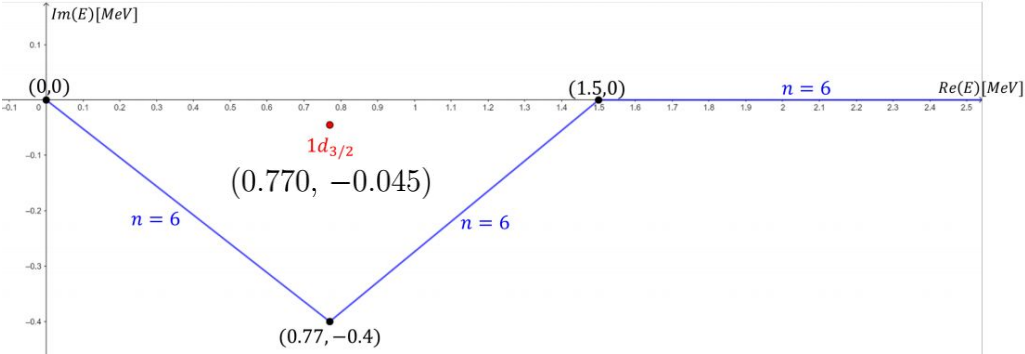
V_{se} , V_{to} , β_{se} y β_{to}



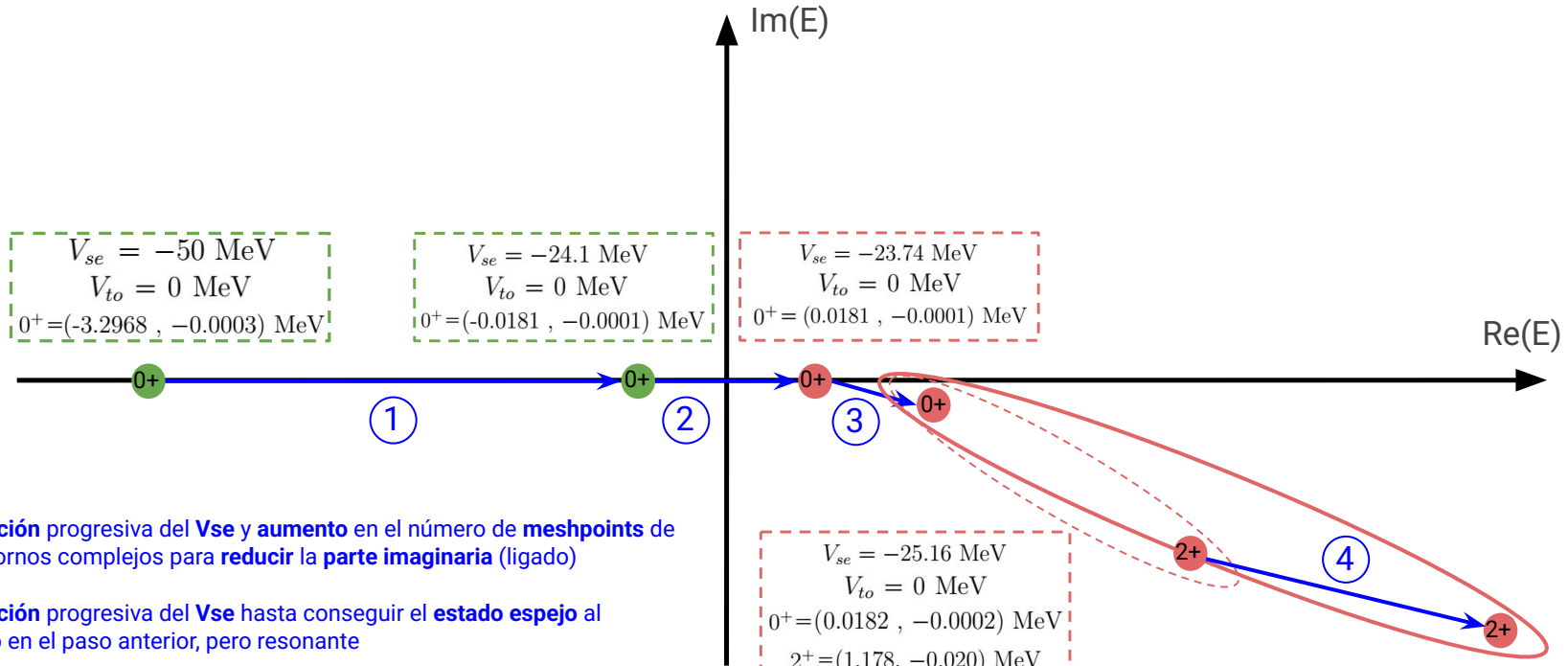
Partimos de:

V_{WS} [MeV]	V_{SO} [MeV]	r_0 [fm]	a [fm]
44.100	21.821	1.245	0.7

Estado	Energías Calculadas [MeV]
$1d_{3/2}$	(0.770 , -0.045)
$1f_{7/2}$	(2.738 , -0.139)



Procedimiento



- ① **Disminución** progresiva del **Vse** y **aumento** en el número de **meshpoints** de los contornos complejos para **reducir la parte imaginaria** (ligado)
- ② **Disminución** progresiva del **Vse** hasta conseguir el **estado espejo** al obtenido en el paso anterior, pero resonante
- ③ **Aumento** en el número de **meshpoints** en los contornos complejos hasta llegar a una **convergencia en Re(E)** y luego se **reajusta Vse** (resonancia)
- ④ Se **modifican los Vto y Vse** para **ajustar** tanto los estados **0+** y **2+**

$$\begin{aligned}
 V_{se} &= -26.563 \text{ MeV} \\
 V_{to} &= 6.9 \text{ MeV} \\
 0^+ &= (0.0182, -0.0002) \text{ MeV} \\
 2^+ &= (1.281, -0.035) \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

Resultados

V_{se} [MeV]	V_{to} [MeV]	β_{se} [fm]	β_{to} [fm]
-26.563	6.9	2.2	2.2

J^π	Energías Calculadas [MeV]	Exp [MeV]	Teóricas [MeV]
0^+	(0.0181 , -0.0002)	0.018 [15]	0.04 [16] 0.05 [16] (0.021 , -0.056) [13]
2^+	(1.281 , -0.035)	1.28 [15]	1.12 [16] 1.13 [16] 1.354 [32]
4^+	(5.296 , -0.233)	-	-

- La parte real de la energía de los estados **0^+ y 2^+ coinciden con los valores experimentales**
- Por esto mismo se puede concluir que, al menos la parte real de la energía del estado **4^+ es una buena predicción**

$$|\Psi_{NJM}\rangle = \sum_{a \leq b} X_{ab}^{JN} |\Psi_{ab}^{JM}\rangle$$

J^π	$(1d_{3/2})^2$	$(1f_{7/2})^2$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^{c1}$	$1d_{3/2}, d_{(3/2)}^{c2}$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^{c3}$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^{c4}$
0^+	(0.915 , -0.053)	(-0.349 , 0.022)	(0 , 0)	(0.140 , 0.162)	(0.152 , 0.082)	(0.116 , 0.036)
2^+	(0.988 , -0.007)	(-0.133 , 0.020)	(0.138 , 0.013)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)
4^+	(1.0003 , -0.0005)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)

- Los estados de dispersión **más importantes** son aquellos que pertenecen al contorno del estado **$1d_{3/2}$**
- El **orden de los acoplamientos** es polo-polo, polo-contorno y contorno-contorno
- **No hay estados de dispersión importantes** relacionados con el estado eliminado de la base **$2p_{3/2}$**

Estructura del 280

Queremos conseguir

$$\varphi_{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = \sum_{J_1, J_2} Z_{J_1, J_2}^J \varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)$$

$$\varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = [\Psi^{J_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \Psi^{J_2}(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)]_{JM}$$

El código resuelve (aparte de partícula simple)

$$\sum_{J'_1, J'_2} \left[(E_{J_1} + E_{J_2} - E_J) \delta_{J_1 J'_1} \delta_{J_2 J'_2} + 4 \langle \varphi_{J_1, J_2}^{JM} | V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) | \varphi_{J'_1, J'_2}^{JM} \rangle \right] Z_{J'_1, J'_2}^J = 0$$

$$V_{\text{res}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = V_{\text{se}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P_{\text{se}} + V_{\text{to}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P_{\text{to}}$$

$$V_{\lambda}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = V_{\lambda} e^{-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{\beta_{\lambda}^2}}$$

Parámetros de input

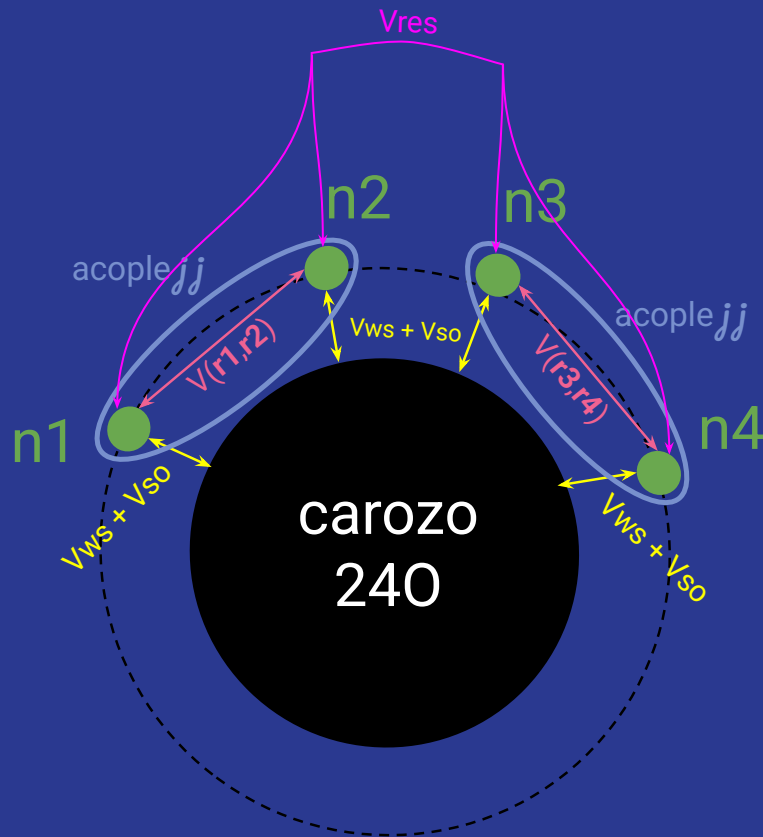
~~$$V_{WS} V_{SO} r_0 a$$~~

~~$$\psi_{am_a}(\mathbf{r}, s)$$~~

~~$$V_{se}, V_{to}, \beta_{se} \text{ y } \beta_{to} [2n]$$~~

contornos complejos

$$V_{se}, V_{to}, \beta_{se} \text{ y } \beta_{to} [4n]$$



Partimos de:

V_{WS} [MeV]	V_{SO} [MeV]	r_0 [fm]	a [fm]
44.100	21.821	1.245	0.7
V_{se}^{2n} [MeV]	V_{to}^{2n} [MeV]	β_{se}^{2n} [fm]	β_{to}^{2n} [fm]
-26.563	6.9	2.2	2.2

Estados	Calculadas [MeV]
$1d_{3/2}$	(0.770, -0.045)
$1f_{7/2}$	(2.738, -0.139)

- 1997 → Se **concluyó por primera vez** que el estado fundamental del **280** era **inestable** en contradicción con el modelo de capas
- 2006 → Se **predijo un valor** para la energía del **estado fundamental** del 280 de (0.345 , -0.007) MeV
- 2017 → Se **predijo un valor para la parte real de la energía** del estado fundamental del 280 de **0.458 MeV**
- 2021 → Se **predijo un valor para la parte real de la energía** del estado fundamental del 280 de **0.7 MeV** pero **débilmente no ligado**
- 2023 → Primera **observación experimental** del 280. Resultó en una energía de (0.46 , -0.35) MeV (la parte imaginaria es una cota superior)
- 2024 → Se **predijo teóricamente** que el estado fundamental tiene un **97% de sus neutrones acoplados a $J = 0$** . Esto es una característica de un **Condensado de Bose-Einstein**

Comparaciones de **tiempo de ejecución** del 200 y el 280:

Se pone en **igualdad de condiciones** al 200 y al 280:

- Se **elimina la resonancia 1f7/2** de la base del 280.
- Solo se ponen meshpoints en los **segmentos más cercanos a la resonancia**.
- Solo se utiliza el **68% del rango de energías de la base de dos neutrones**.

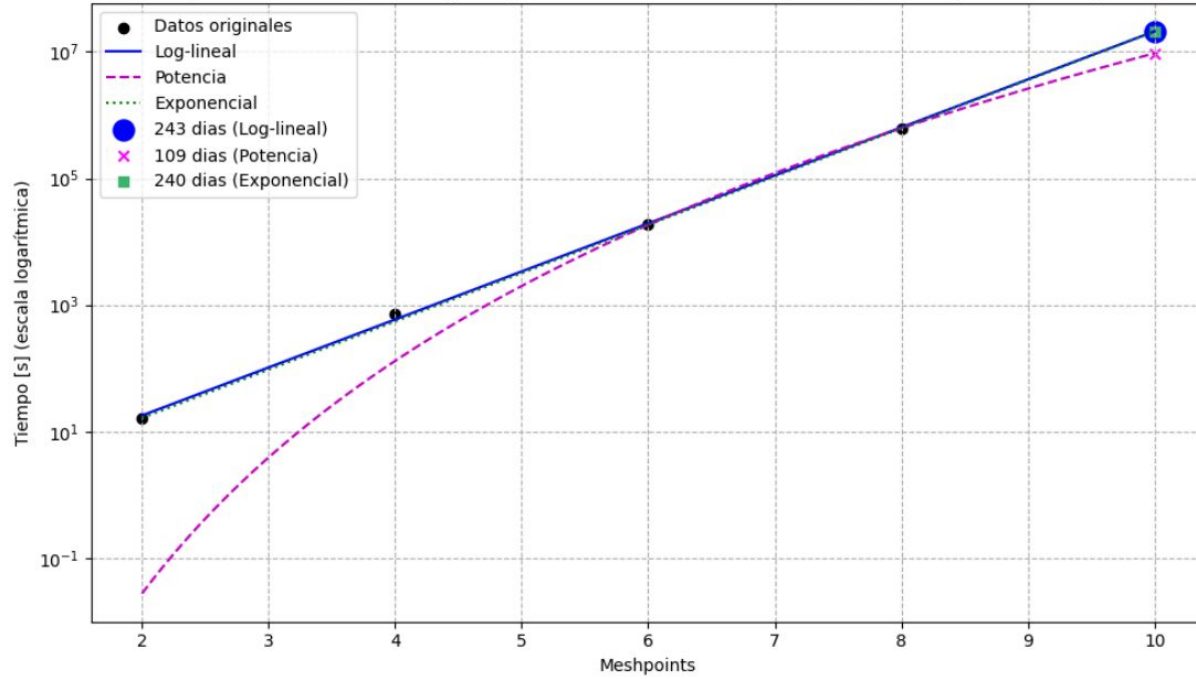
Se optimiza la base de dos partículas del 280 para acortar el tiempo de ejecución:

- se puso una **cota para J = 4**.
- se **eliminaron los estados con J impar** de la base de dos partículas.

	$E_{max}^{20} = 10 \text{ MeV}$	$E_{max}^{28} = 5.6 \text{ MeV}$
Meshpoints	Tiempo ^{20}O [d,h,',"]	Tiempo ^{28}O [d,h,',"]
2	47"	38"
4	11'	25' 30"
6	1h 49'	12h
8	10h	-

Meshpoints	Tiempo ^{20}O [d,h,',"]	Tiempo ^{28}O [d,h,',"]
2	47"	14"
4	11'	12'
6	1h 49'	5h
8	10h	7d 10h

Comparación de modelos de ajuste para la estimación del tiempo de ejecución para 10 meshpoints



Resultados

V_{se} [MeV]	V_{to} [MeV]	$E(0^+)$ [MeV]
-40	0	(-1.295 , -1.252)
-30	0	(0.044 , -0.559)
-25	0	(0.165 , -0.527)
-20	0	(0.285 , -0.495)
-15	0	(0.404 , -0.4636)
-14	0	(0.428 , -0.457)
-13.0	0	(0.452 , -0.451)
-12.9	0	(0.454 , -0.450)
-12.8	0	(0.457 , -0.450)
-12.7	0	(0.459 , -0.449)



resultó con una amplitud de (99.96 , 0)
para los dineutrones acoplados en $J = 0$
(trabajo de 2024)

Energías Calculadas [MeV]	Experimental [MeV]	Teóricos [MeV]
(0.459 , -0.449)	(0.46 , -0.35) [38]	(0.345 , -0.007) [14](HBUSD) 0.458 [16](DMRG) 0.7 [40](GSM)

- **Concuerda con el valor experimental.** Aunque la parte imaginaria de este último sea una cota superior
- La parte real de la energía discrepa en un 25% respecto al resultado con el de la ref. [14]
- El resultado **se aleja** mucho de la **parte imaginaria** planteada en las **ref.[14 , 40]**, que predicen un estado débilmente no ligado.
- Coincide con el valor de la ref. [16]

Observaciones

Debido al excesivo tiempo de ejecución se tuvo que hacer simplificaciones sobre la base de una y dos partículas:

- Se quitó una resonancia de la base
- Cutoff $J = 4$ para el momento angular de la base de dos partículas
- Se quitaron de la base de dos partículas los estados con J impar

No se utilizó el V_{to} para ajustar el estado fundamental

El potencial V_{res} de este trabajo no contiene componentes tensoriales y espín-órbita, como si lo tienen algunos de los trabajos citados

Con una interacción más realista se podría haber calculado la energía del estado fundamental con mayor exactitud, sobre todo la parte imaginaria.

Conclusiones

En conjunto, los resultados alcanzados confirman que el Gamow Shell Model, en combinación con la representación de Berggren, constituye una herramienta robusta y versátil para el estudio de sistemas nucleares situados cerca o más allá de la línea de goteo de neutrones.

El modelo ha demostrado capacidad para reproducir con notable precisión la localización de resonancias y capturar las tendencias evolutivas en la estructura de los isótopos del oxígeno a medida que se incrementa el número de neutrones. No obstante, el análisis también revela desafíos significativos que merecen atención en el futuro. Entre ellos se destacan la sensibilidad de las anchuras calculadas con la discretización de los contornos del continuo y el impacto potencial de interacciones residuales más complejas, incluyendo componentes tensoriales y de espín-órbita.

Abordar estas limitaciones permitiría mejorar la descripción cuantitativa de las propiedades de decaimiento y consolidar aún más el uso del GSM como marco unificado para explorar la física de núcleos exóticos.



**MUCHAS
GRACIAS**

Estructura del 170

Queremos conseguir

$$\psi_{am_a}(\mathbf{r}, s) = \frac{u_a(r)}{r} [\chi_s Y_{l_a}(\hat{r})]_{j_a m_a}$$

El código resuelve

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V_{WS}(r) + V_{SO}(r) \frac{z}{2} \right] u_{nlj}(r) = E_{nlj} u_{nlj}(r)$$

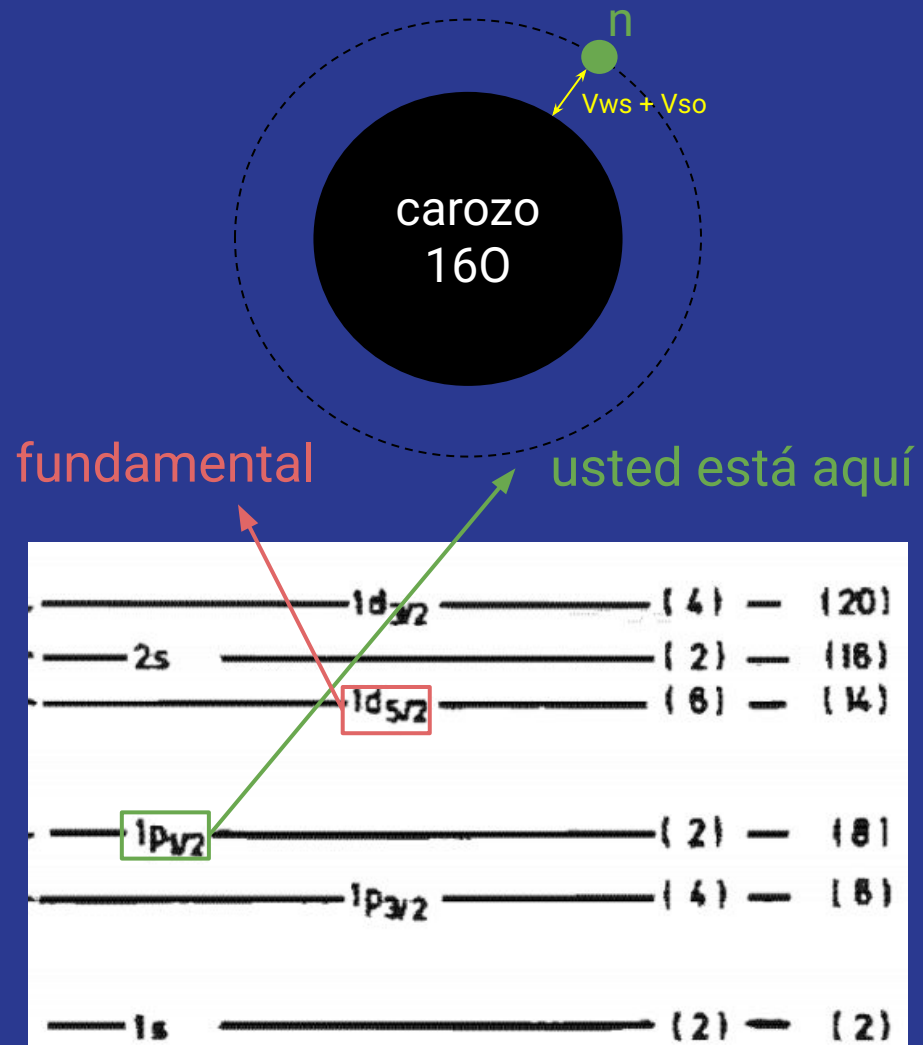
$$V_{WS}(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$$

$$V_{SO}(r) = \frac{-V_{SO}}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}} \right)$$

Pero necesita (parámetros a ajustar)

$$V_{WS} \quad V_{SO} \quad r_0 \quad a$$



Partiendo de $a = 0.72$ fm y $r_0 = 1.25$ fm, se llegó a:

$$\chi^2 = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} (E_i^{calc} - E_i^{exp})^2$$

V_{WS} [MeV]	V_{SO} [MeV]	r_0 [fm]	a [fm]
52.824	13.492	1.245	0.7

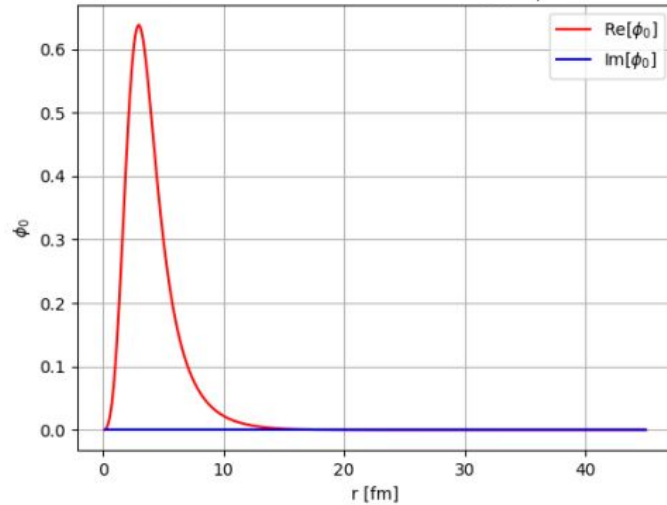


se pone una **semilla** con los parámetros ℓ , $2j$ y un **aproximado de la energía**. El código encontrará el estado con energía más cercana con esos ℓ y $2j$

$$\chi^2 = 0.00085$$

Estado	Energía Calculada [MeV]	Energía experimental [9] [MeV]
$1d_{5/2}$	(−4.146 , 0)	(−4.143 , 0) [1]
$2s_{1/2}$	(−3.328 , 0)	(−3.27 , 0) [41]
$1d_{3/2}$	(0.937 , −0.061)	(0.944 , −0.090) [42]
$1f_{7/2}$	(6.549 , −1.278)	(6.551 , −0.025) [43]

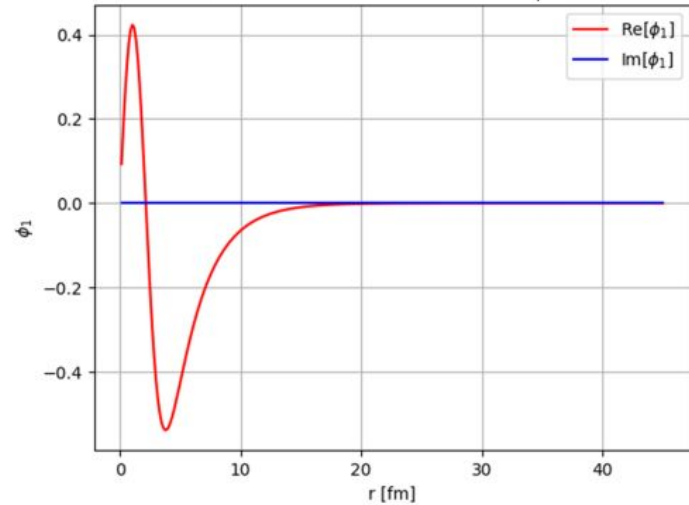
estado fundamental $1d_{5/2}$



- **Localizado** cerca del origen
- **Tendencia a cero** en el infinito
- Parte **imaginaria nula**
- **Sin nodos** además de $u(0)=0$, es decir, tiene número cuántico **$n = 1$**

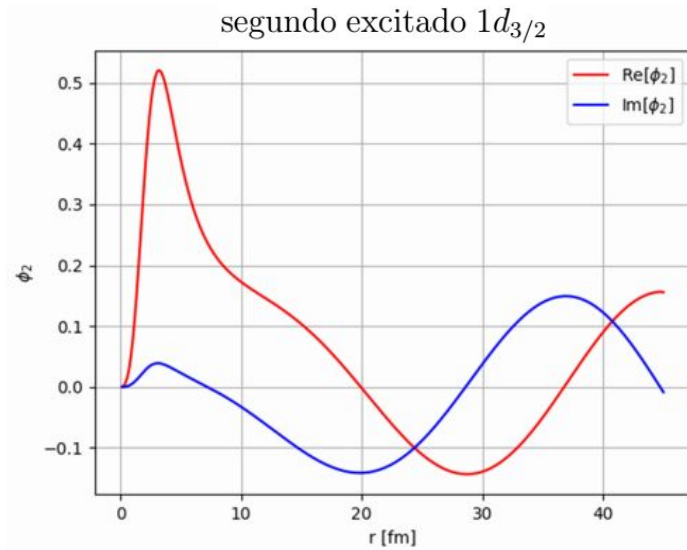
Estado Ligado

primer excitado $2s_{1/2}$



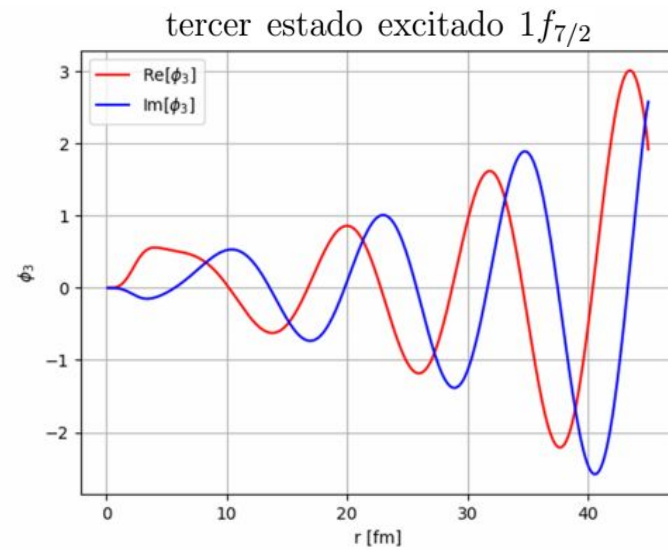
- **Localizado** cerca del origen
- **Tendencia a cero** en el infinito
- Parte **imaginaria nula**
- **Un nodo** además de $u(0)=0$, es decir, tiene número cuántico **$n = 2$**

Estado Ligado



- **Oscila** lejos del origen, pero posee un comportamiento **localizado** cerca de este
- Parte **imaginaria no nula**, pero es menor a la parte real cerca de origen

Resonancia angosta



- **Oscila** tanto cerca como lejos del origen
- Parte **imaginaria no nula** y comparable a la parte real cerca del origen

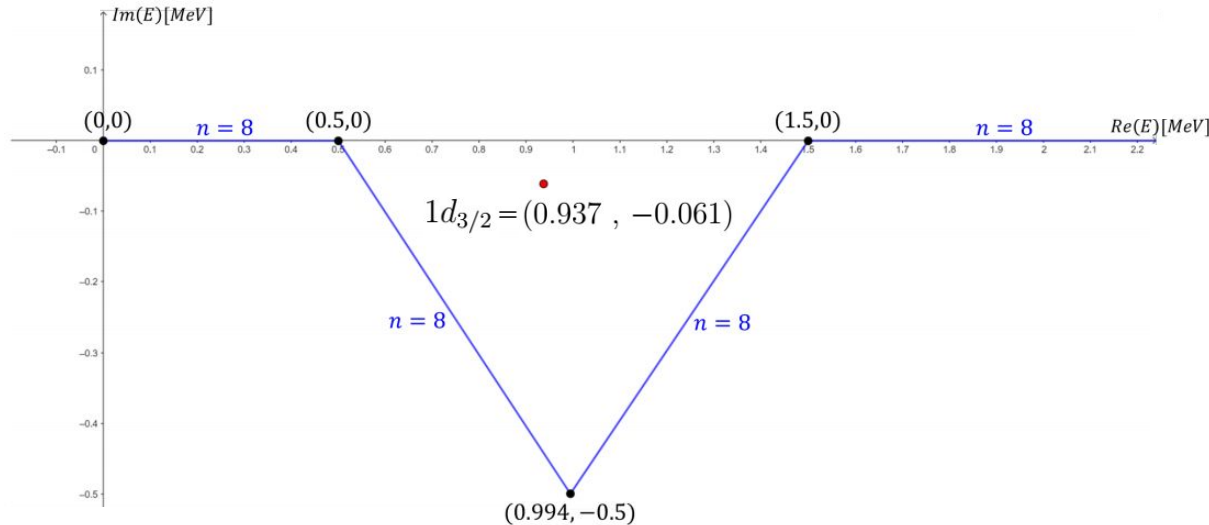
Resonancia ancha

Base de autoestados de partícula simple

Estados ligados $\left\{ \begin{array}{l} 1d_{5/2} \\ 2s_{1/2} \end{array} \right.$

Resonancias $\left\{ \begin{array}{l} 1d_{3/2} \\ \text{X} \end{array} \right.$

Estados de dispersión desde $\ell = 0$ a $\ell = 4$



Contorno complejo que contiene los estados de dispersión con $\ell = 2$ y $j = 3/2$

Al resto de estados de dispersión les corresponde un **segmento de eje real** desde 0 MeV hasta 10 MeV discretizado con un número de **meshopints $n = 2$**

Estructura del 180

Queremos conseguir $\left[|\Psi_{NJM}\rangle = \sum_{a \leq b} X_{ab}^{JN} |\Psi_{ab}^{JM}\rangle \right]$

$$\Psi_{ab}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{ab})}} \{ [\psi_a(\mathbf{x}_1) \psi_b(\mathbf{x}_2)]_{JM} - [\psi_a(\mathbf{x}_2) \psi_b(\mathbf{x}_1)]_{JM} \}$$

El código resuelve (aparte de partícula simple)

$$(E_N - \varepsilon_a - \varepsilon_b) X_{ab}^{JN} + \langle \Psi_{ab}^{JM} | V_{res}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) | \Psi_{cd}^{JM} \rangle = 0$$

$$V_{res}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_{se}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) P_{se} + V_{to}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) P_{to}$$

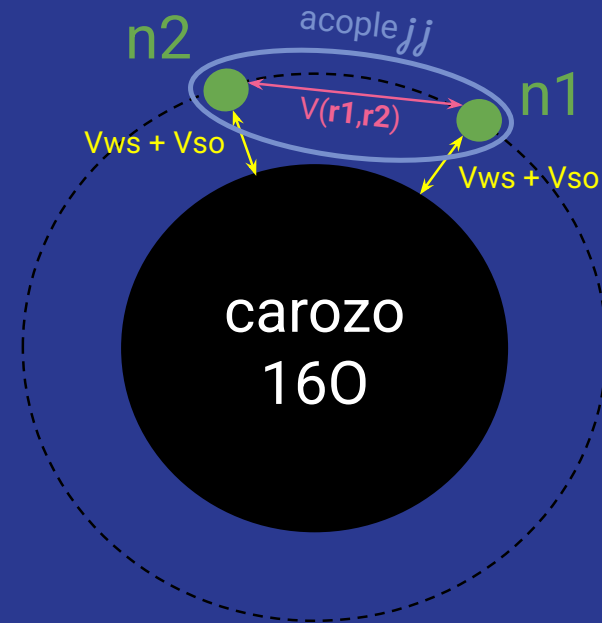
$$V_{\lambda}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_{\lambda} e^{-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{\beta_{\lambda}^2}}$$

Parámetros de input

~~$$\frac{V_{ws} V_{so} r_0 a}{\psi_{am_a}(\mathbf{r}, \varepsilon)}$$~~

contornos complejos

$$V_{se}, V_{to}, \beta_{se} \text{ y } \beta_{to}$$



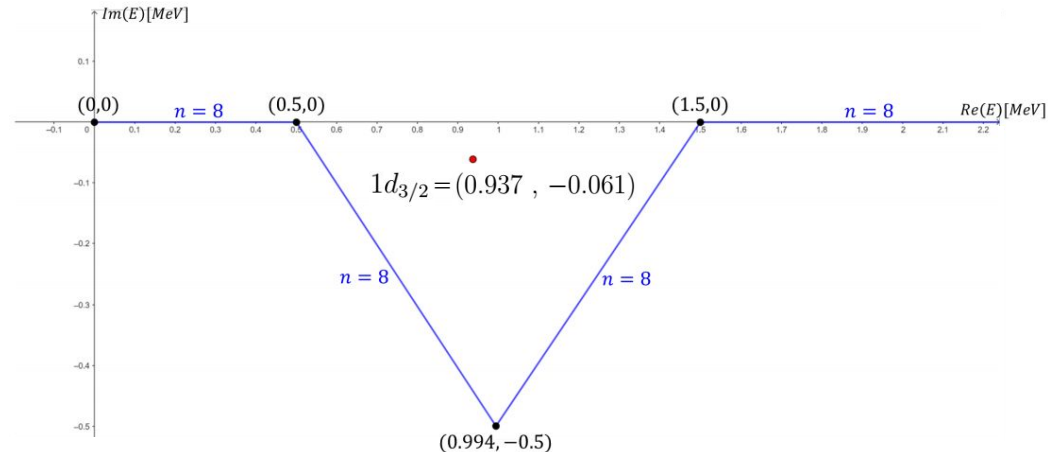
Partimos de:

V_{WS} [MeV]	V_{SO} [MeV]	r_0 [fm]	a [fm]
52.824	13.492	1.245	0.7

Estado	Energía Calculada [MeV]
$1d_{5/2}$	$(-4.146, 0)$
$2s_{1/2}$	$(-3.328, 0)$
$1d_{3/2}$	$(0.937, -0.061)$

Los contornos complejos deben cumplir que:

- Parte no real del contorno con un ancho mayor a 1 MeV
- La parte superior del contorno tiene que estar lo relativamente **alejada de la resonancia**.
- Recomendable que la parte de los contornos que no está sobre el eje real sea lo más **simétrica** posible **respecto a la resonancia**.

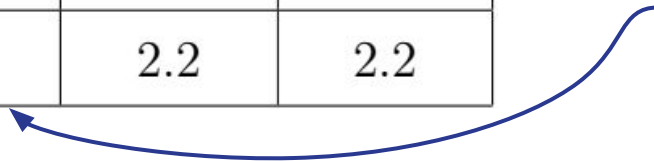


Procedimiento

- Se hace un primer ajuste **sin contornos** complejos del estado fundamental sólo **utilizando** V_{se} y β_{se} (dejando V_{to} y β_{to} **nulos**)
- Se **agregan los contornos complejos** y se aumentan los números de meshpoints buscando **minimizar el la parte imaginaria** del estado fundamental (porque es un estado ligado)
- Se **reajusta** el estado fundamental **modificando** V_{to} y β_{to} .
- Se busca la combinación de los parámetros V_{se} , β_{se} , V_{to} y β_{to} que **minimice** χ^2

V_{se} [MeV]	V_{to} [MeV]	β_{se} [fm]	β_{to} [fm]
-32.21	0	2.2	2.2

V_{se} [MeV]	V_{to} [MeV]	χ^2
-32.21	0	0.11
-33.259	4.278	1.40
-33.535	5.703	0.16
-34.065	8.555	0.21



Resultados 180

$$\chi^2 = 0.11$$

Estado	Energías Calculadas [MeV]	Experimental [MeV]
0^+	$(-12.188, 0)$	$(-12.188, 0)$ [9]
2^+	$(-9.747, 0)$	$(-10.206, 0)$ [44]
4^+	$(-9, 0)$	$(-8.634, 0)$ [44]

$$|\Psi_{NJM}\rangle = \sum_{a \leq b} X_{ab}^{JN} |\Psi_{ab}^{JM}\rangle$$

J^π	$(1d_{5/2})^2$	$(2s_{1/2})^2$	$(1d_{3/2})^2$
0^+	$(0.936, 0)$	$(0.307, 0)$	$(0.163, -0.022)$
2^+	$(0.998, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$
4^+	$(1, 0)$	$(0, 0)$	$(0, 0)$

- **Todos los estado** tienen mayoritariamente aporte por **acoplamientos** de ambos neutrones en el **estado fundamental de partícula simple**
- El **estado fundamental es el único** que tiene aportes de los **acoplamientos** de los neutrones en **estados excitados de partícula simple**
- **No hay** aporte relevante de acoplamientos con **estados de dispersión**

Estructura del 200

Queremos conseguir

$$\varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = [\Psi^{J_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \Psi^{J_2}(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)]_{JM}$$

$$\varphi_{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = \sum_{J_1, J_2} Z_{J_1, J_2}^J \varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)$$

El código resuelve (aparte de partícula simple)

$$\sum_{J'_1, J'_2} \left[(E_{J_1} + E_{J_2} - E_J) \delta_{J_1 J'_1} \delta_{J_2 J'_2} + 4 \langle \varphi_{J_1, J_2}^{JM} | V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) | \varphi_{J'_1, J'_2}^{JM} \rangle \right] Z_{J'_1, J'_2}^J = 0$$

$$V_{\text{res}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = V_{se}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P_{se} + V_{to}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P_{to}$$

$$V_{\lambda}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = V_{\lambda} e^{-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{\beta_{\lambda}^2}}$$

Parámetros de input

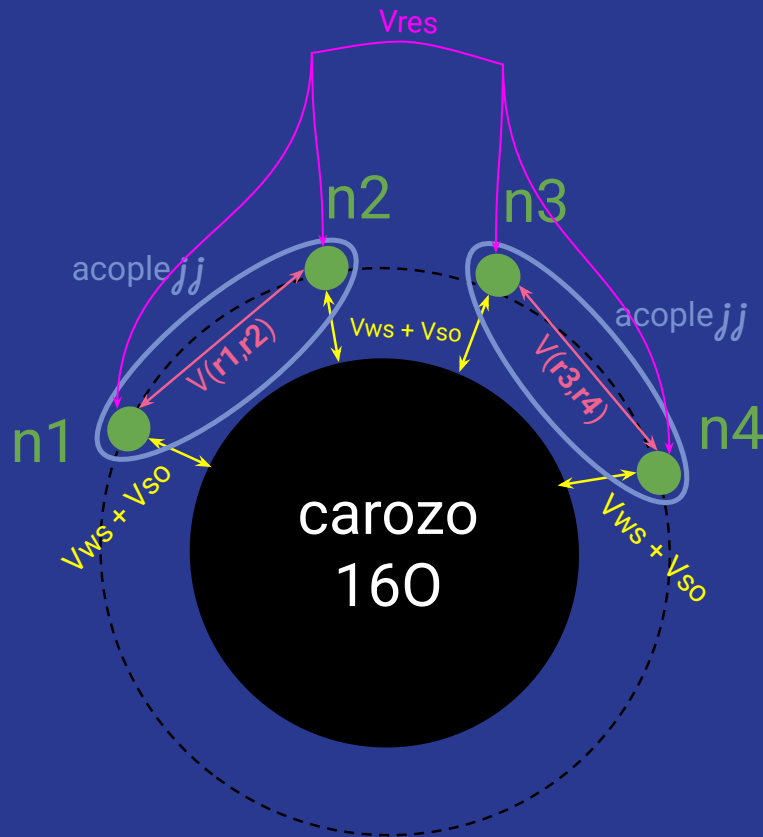
~~$$V_{ws} \ V_{so} \ r_0 \ a$$~~

~~$$\psi_{am_a}(\mathbf{r}, s)$$~~

~~$$V_{se}, V_{to}, \beta_{se} \text{ y } \beta_{to} [2n]$$~~

contornos complejos

$$V_{se}, V_{to}, \beta_{se} \text{ y } \beta_{to} [4n]$$



Procedimiento

1. Se hace un primer ajuste **sin contornos** complejos del estado fundamental sólo **utilizando** V_{se} y β_{se} (dejando V_{to} y β_{to} **nulos**) y $E_{max} = 100$ MeV
2. Se **agregan los contornos complejos** y se baja el E_{max} para luego reajusta el valor de energía con el V_{se}
3. Se busca una convergencia una convergencia en la parte real de la energía aumentando E_{max}

1

V_{se} [MeV]	V_{to} [MeV]	$E(0^+)$ [MeV]
20	0	(-23.3285 , -0.201)
15	0	(-23.548 , -0.200)
12	0	(-23.687 , -0.200)
11	0	(-23.735 , -0.200)
10.6	0	(-23.754 , -0.200)
10.63	0	(-23.752 , -0.200)

3

V_{se} [MeV]	V_{to} [MeV]	E_{max} [MeV]	$E(0^+)$ [MeV]
10.63	0	3.5	(-24.4800 , -0.0004)
12.63	0	3.5	(-23.7350 , -0.0003)
12.63	0	4	(-23.7360 , -0.0003)
12.63	0	4.5	(-23.7360 , -0.0003)
12.63	0	5	(-23.7400 , -0.0003)

Resultados 200

$(-23.7400, -0.0003) \text{ MeV}$

VS

23.752 MeV

- **Todos los estado** tienen mayoritariamente aporte por **acoplamientos** de ambos neutrones en el **estado fundamental de partícula simple**
- El **acoplamiento más significativo** es aquel con los **dineutrones en estado fundamental**. Luego le sigue la configuración en la que ambos están en el estado 2^+
- **No** hay aporte **significativo** de los **acoplamientos** que impliquen **estados de dispersión**

$$\varphi_{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) = \sum_{J_1, J_2} Z_{J_1, J_2}^J \varphi_{J_1, J_2}^{JM}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4)$$

J^π	Amplitudes
$0^+, 0^+$	(0.995 , 0.000)
$0^+, 0_c^+$	(0.009 , 0.000)
$0_c^+, 0^+$	(0.009 , 0.000)
$0_c^+, 0_c^+$	(-0.005 , 0.000)
$2^+, 2^+$	(-0.094 , 0.000)
$2^+, 2_c^+$	(-0.011 , 0.000)
$2_c^+, 2^+$	(-0.011 , 0.000)
$2_c^+, 2_c^+$	(0.003 , 0.000)
$4^+, 4^+$	(0.007 , 0.000)

Resultados

Comparación del espectro real de 260 con cómo sería si el estado 0+ fuera ligado:

J^π	Energías Calculadas [MeV]	Espectro académico [MeV]
0 ⁺	(0.0181 , -0.0002)	(-0.0184 , -0.0003)
2 ⁺	(1.281 , -0.035)	(1.275 , -0.034)
4 ⁺	(5.296 , -0.233)	(5.291 , -0.232)

$$\Delta E(0_R^+, 0_A^+) = 0.0365 \text{ MeV}, \Delta E(2_R^+, 2_A^+) = 0.006 \text{ MeV}$$

$$\Delta E(4_R^+, 4_A^+) = 0.005 \text{ MeV}$$

Real:

Académico:

$$\Delta E(0^+, 2^+) = 1.263 \text{ MeV} \quad \Delta E(0^+, 2^+) = 1.293 \text{ MeV}$$

$$\Delta E(2^+, 4^+) = 4.015 \text{ MeV} \quad \Delta E(2^+, 4^+) = 4.016 \text{ MeV}$$

$$|\Psi_{NJM}\rangle = \sum_{a \leq b} X_{ab}^{JN} |\Psi_{ab}^{JM}\rangle$$

J^π	$(1d_{3/2})^2$	$(1f_{7/2})^2$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^1$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^2$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^3$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^4$
0 ⁺	(0.915 , -0.053)	(-0.349 , 0.022)	(0 , 0)	(0.140 , 0.162)	(0.152 , 0.082)	(0.116 , 0.036)
2 ⁺	(0.988 , -0.007)	(-0.133 , 0.020)	(0.138 , 0.013)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)
4 ⁺	(1.0003 , -0.0005)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)

J^π	$(1d_{3/2})^2$	$(1f_{7/2})^2$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^1$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^2$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^3$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^4$
0 ⁺	(0.912 , -0.055)	(-0.352 , 0.022)	(0 , 0)	(0.141 , 0.162)	(0.152 , 0.082)	(0.117 , 0.036)
2 ⁺	(0.984 , -0.001)	(-0.134 , 0.021)	(0.140 , 0.009)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)
4 ⁺	(1.0003 , -0.0006)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)

Los acoplamientos más importantes que forman los estados 0+, 2+ y 4+ **tampoco varían de forma significativa** en ambos casos

Resultados

Comparación del espectro real de 260 con un **trabajo previo**:

J^π	ref. [34]	Este trabajo
0^+	(0.018 , -0.177)	(0.0181 , -0.0002)

El resultado de este trabajo es más realista porque se trató con un Vres central y separable en una dos componentes Vse y Vto. En cambio en el trabajo previo se lo trató como un potencial escalar separable que depende de de un solo parámetro

$$|\Psi_{NJM}\rangle = \sum_{a \leq b} X_{ab}^{JN} |\Psi_{ab}^{JM}\rangle$$

J^π	$(1d_{3/2})^2$	$(1f_{7/2})^2$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^{c1}$	$1d_{3/2}, d_{(3/2)}^{c2}$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^{c3}$	$1d_{3/2}, d_{3/2}^{c4}$
0^+	(0.915 , -0.053)	(-0.349 , 0.022)	(0 , 0)	(0.140 , 0.162)	(0.152 , 0.082)	(0.116 , 0.036)
2^+	(0.988 , -0.007)	(-0.133 , 0.020)	(0.138 , 0.013)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)
4^+	(1.0003 , -0.0005)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0)

$J^\pi = 0^+$	$1d_{3/2}$	$1f_{7/2}$	$2p_{3/2}$	$2p_{1/2}$	$2g_{9/2}$
Polo-Polo	(0.847 , -0.167)	(0.163 , -0.011)	—	—	—
Polo-Cont	(-0.007 , 0.127)	(0.003 , 0.029)	—	—	-
Cont-Cont	(-0.002 , 0.002)	(0 , 0.001)	(-0.020 , 0.016)	(0.005 , 0.001)	(0.005 , 0.001)

En el trabajo previo **hay acoplamientos contorno-contorno relevantes**. Esto se debe a que, en ese trabajo, la discretización del contorno era **n = 60**, lo que lleva a que se sumen contribuciones menores hasta llegar a ser relevantes